Häiringute hindamisest juhtimisteoorias

Arvo Kaldmäe

Tarkvarateaduse instituut, Tallinna Tehnikaülikool

Plaan

Mõningaid mõisteid

- dünaamiline süsteem – matemaatiline süsteem, mis areneb ajas süsteemile aluseks oleva dünaamilise eeskirja järkjärgulise rakendumise kaudu
- juhtimissüsteem – dünaamiline süsteem, mida kasutatakse seadmete või protsesside käitumise mõjutamiseks
- süsteemi juhtimine – süsteemi või protsessi mõjutamine nii, et see käituks soovitud viisil
- matemaatiline juhtimisteooria – valdkond, mis uurib juhtimissüsteemide omadusi ning süsteemide juhtimise meetodeid

Ajalugu

antiikaeg	paljude tehnoloogiliste seadmete juures on rakendatud juhtimise põhimõtteid
17. sajand	Christiaan Huygens leiutas tsentrifugaalse regulaatori (seade, mida kasutati tuuleveskite kiiruse kontrollimiseks)
1788	James Watt leiutab aurumasina
1868	James Clerk Maxwell tsentrifugaalsete regulaatorite teoreetiline analüüs
1960ndad	tekib juhtimisteooria valdkond

Juhtimissüsteem

Diferentsiaalvõrrandite süsteem

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} &= f_1(x_1(t),\ldots,x_n(t),u_1(t),\ldots,u_m(t)) \\
&\vdots \\
\frac{\mathrm{d}x_n(t)}{\mathrm{d}t} &= f_n(x_1(t),\ldots,x_n(t),u_1(t),\ldots,u_m(t)) \\
y_1(t) &= h_1(x(t)) \\
&\vdots \\
y_p(t) &= h_p(x(t))
\end{aligned}
$$

või lühidalt

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x,u) \\
y &= h(x)
\end{aligned}
$$

Juhtimissüsteem

Diferentsiaalvõrrandite süsteem

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} &= f_1(x_1(t),\ldots,x_n(t),u_1(t),\ldots,u_m(t),w_1(t),\ldots,w_q(t)) \\
&\vdots \\
\frac{\mathrm{d}x_n(t)}{\mathrm{d}t} &= f_n(x_1(t),\ldots,x_n(t),u_1(t),\ldots,u_m(t),w_1(t),\ldots,w_q(t)) \\
y_1(t) &= h_1(x(t)) \\
&\vdots \\
y_p(t) &= h_p(x(t))
\end{aligned}
$$

või lühidalt

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x,u,w) \\
y &= h(x)
\end{aligned}
$$

Häiringud

Häiring võib olla:

- mingi süsteemi mõjutav väline tegur
- modelleerimata dünaamika
- osa dünaamikast (enamasti mittelineaarne)
- süsteemi parameetrid

Häiringud

Meetodid häiringutega toimetulekuks:

- häiringu kompenseerimine
- robustsed juhtimismeetodid
- häiringu väärtuse hindamine

Vaatleja

Dünaamiline süsteem

$$
\begin{aligned}
\dot{z} &= F(z, v) \\
\hat{w} &= H(z, v)
\end{aligned}
$$

nii, et viga $e = w - \hat{w}$ läheneks nullile kui $t \to \infty$

Esimene meetod (BDO)

Süsteemi võrrandid:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)w \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Eeldus 1

Süsteemi olek x on teada.

Eeldus 2

$\dot{w} = 0$ (või $w^{(k)} = 0$)

Esimene meetod (BDO)

Häiringu vaatleja:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= -L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)(z+p(x))] \\ \hat{w} &= z+p(x),\end{aligned}$$

kus $z(t) \in \mathbb{R}^q$ ja

$$L(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

Esimene meetod (BDO)

Häiringu vaatleja:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= -L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)(z+p(x))]\\ \hat{w} &= z+p(x),\end{aligned}$$

kus $z(t) \in \mathbb{R}^q$ ja

$$L(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

Kui $e = w - \hat{w}$, siis saame veadünaamika

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{w} + L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)\hat{w}] - \frac{\partial p(x)}{\partial x}\dot{x}\\ &= L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)\hat{w}] - L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)w]\\ &= -L(x)g_2(x)e\end{aligned}$$

Esimene meetod (BDO)

Häiringu vaatleja:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= -L(x)[f(x)+g_1(x)u+g_2(x)(z+p(x))]\\ \hat{w} &= z+p(x),\end{aligned}$$

kus $z(t) \in \mathbb{R}^q$ ja

$$L(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

Meetodi puudused:

- eeldus, et olekute väärtused on teada on enamasti ebarealistlik
- funktsiooni $L(x)$ leidmine on üldjuhul väga keeruline

Esimene meetod (BDO)

$$\dot{x} = f(x, u, w)$$

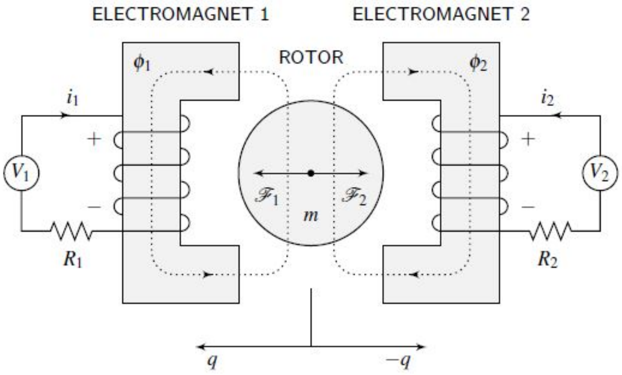
$$\eta = \Phi(x)$$
$$\tilde{w} = \alpha(x, w)$$
$$\Longrightarrow$$

$$\dot{\eta} = g(\eta, u) + B\tilde{w}$$

Veadünaamika

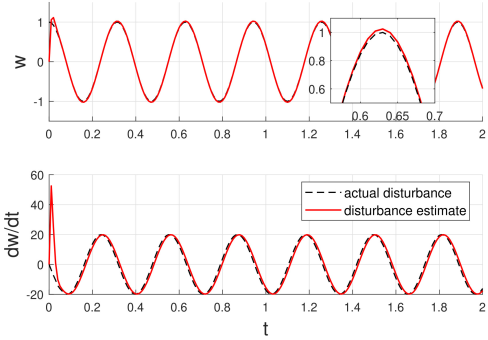
$$\dot{e} = (-L \cdot B)e$$

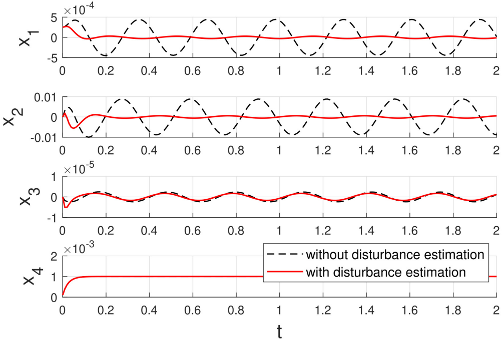
Esimene meetod (BDO)



$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = \vartheta_1 x_3 x_4 + \frac{1}{m} w$$
$$\dot{x}_3 = \frac{1}{N} u_1 + \vartheta_2 x_3 + \vartheta_3 x_1 x_4$$
$$\dot{x}_4 = \frac{1}{N} u_2 + \vartheta_2 x_4 + \vartheta_3 x_1 x_3$$
$$y = x_1$$

Esimene meetod (BDO)





Teine meetod (ESO)

Süsteemi võrrandid:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, w)\\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Laiendatud süsteem:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, w)\\ \dot{w} &= w_1\\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Teine meetod (ESO)

Süsteemi võrrandid:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x, u, w) \\
y &= h(x)
\end{aligned}
$$

Laiendatud süsteem:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x, u, w) \\
\dot{w} &= 0 \\
y &= h(x)
\end{aligned}
$$

Eeldus 1

$\dot{w} = 0$ (või $w^{(k)} = 0$)

Eeldus 2

Laiendatud süsteem on vaadeldav.

Teine meetod (ESO)

Laiendatud süsteem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, w) \\ \dot{w} &= 0 \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

Meetodi puudused:

- laiendatud süsteem ei ole alati vaadeldav
- laiendatud süsteemile olekuvaatleja konstrueerimine ei ole alati lihtne

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u) \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

$$\xRightarrow{\eta = \Phi(x)}$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \eta_2 + \varphi_1(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) \\ &\vdots \\ \dot{\eta}_{n-1} &= \eta_n + \varphi_{n-1}(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) \\ \dot{\eta}_n &= \varphi_n(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) \\ y &= \eta_1 \end{aligned}$$

Vaatleja

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}}_1 &= \hat{\eta}_2 + \varphi_1(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) + L_1(y - \hat{\eta}_1) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{\eta}}_{n-1} &= \hat{\eta}_n + \varphi_{n-1}(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) + L_{n-1}(y - \hat{\eta}_1) \\ \dot{\hat{\eta}}_n &= \varphi_n(y,\dots,y^{(r)},u,\dots,u^{(r)}) + L_n(y - \hat{\eta}_1) \end{aligned}$$

Teine meetod (ESO)

Veadünaamika ($e = \eta - \hat{\eta}$):

$$\dot{e} = (A - LC)e,$$

kus

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & \cdots & L_n \end{pmatrix}^T$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \frac{c_p}{C_1}(T_s - x_1)u + \frac{1}{C_1 R}(x_2 - x_1) + \frac{1}{C_1 R_o}(T_o - x_1) + w \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{C_2 R}(x_1 - x_2) \\
y &= x_1
\end{aligned}
$$

Sümbol	Kirjeldus
x_1	toa õhutemperatuur
x_2	põranda, seinade, mööbli jne temperatuur
u	sissepuhkeõhu massivoolukiirus
w	mõõtmata soojuskoormus
c_p	toa soojusmahtuvus
C_1	õhu soojusmahtuvus
C_2	põranda, seinte, mööbli jm soojusmahtuvus
T_s	sissepuhkeõhu temperatuur
R	õhu ja põranda, seinte, mööbli jm vaheline soojustakistus
R_o	toa ja välisõhu vaheline soojustakistus
T_o	välisõhu temperatuur

Teine meetod (ESO)

$$
\begin{aligned}
\dot{\eta} &= A\eta + g(y,u) \\
y &= \eta_1,
\end{aligned}
$$

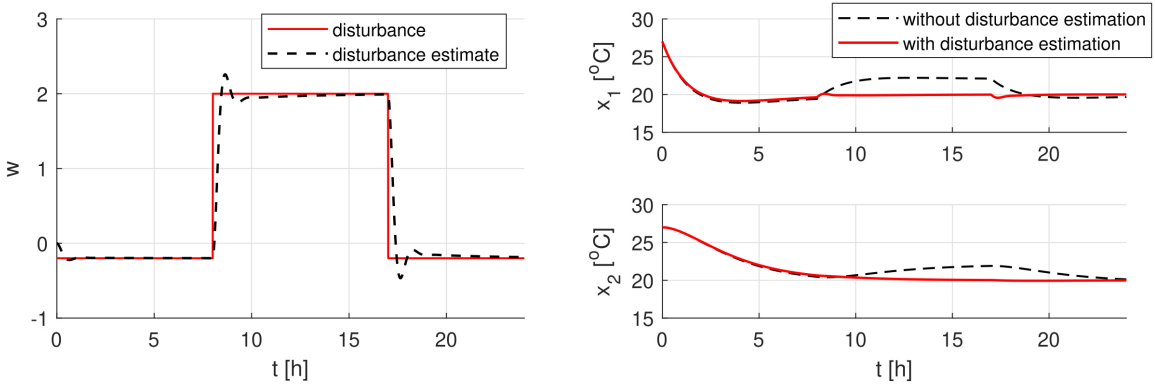
kus

$$
A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_1 R} - \frac{1}{C_1 R_o} & \frac{1}{C_1 R} & 1 \\ \frac{1}{C_2 R} & -\frac{1}{C_2 R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g(y,u) = \begin{pmatrix} \frac{c_p}{C_1}(T_s - y)u + \frac{T_o}{C_1 R_o} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

Konstrueerime vaatleja:

$$
\dot{z} = Az + g(y,u) + L(y - z_1)
$$

Teine meetod (ESO)



Funktsiooni tuletise hindamine

$$\begin{aligned} \dot{x} &= w \\ y &= x \end{aligned}$$

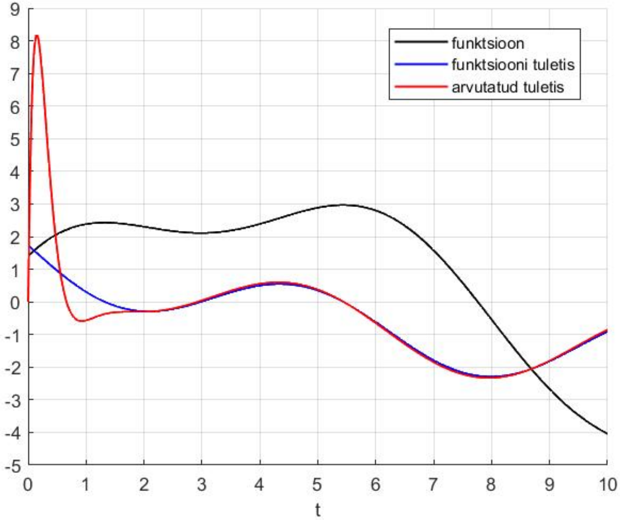
Eeldus

$y^{(k)} = 0$

Laiendatud süsteem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{k-2} &= x_{k-1} \\ \dot{x}_{k-1} &= 0 \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Funktsiooni tuletise hindamine



Aitäh!

Uurimistööd on finantseerinud Eesti Teadusagentuur (PSG833)